MASTER 1 MATHEMATIQUES ET APPLICATIONS

Année universitaire 2026-2027

Département de Mathématiques UFR Sciences et Technologies
BAT P3 – 4ème étage- Bureau 405
61 avenue du Général de Gaulle – CRETEIL

Responsable pédagogique :
Faustin ADICEAM (P4-405)- faustin.adiceam@u-pec.fr

Responsable administratif :
Sonia BOUFALA (P3-405) - sonia.boufala@u-pec.fr
01.45.17.16.42

Sites web :
UPEC : **http://sciences-tech.u-pec.fr/**
Département : ***en construction…***

E-mail :
Master de maths : **master.maths@u-pec.fr**
Département de maths : **departement.maths@u-pec.fr**

www.linkedin.com/in/master-mathématiques-upec-68a50a356

OBJECTIFS :

Le Master 1 « Mathématiques et Applications » vise à donner une formation mathématique généraliste permettant de s'orienter ensuite vers le monde de l'entreprise (métiers des banques, des assurances, certains secteurs industriels et sociétés de service par exemple), la recherche en milieu universitaire ou industriel. Le cursus proposé permet d'accéder à la plupart des M2 de mathématiques pures ou appliquées, de statistiques ou bien de bifurquer vers une préparation à l'agrégation de mathématiques.

Les cours sont assurés principalement par les chercheurs du laboratoire de mathématiques de l'Université Paris-Est Créteil, qui compte une trentaine de mathématiciens travaillant sur les thèmes de recherche suivants :

- Analyse harmonique et multifractale
- Systèmes dynamiques
- Équations aux dérivées partielles
- Probabilités, statistiques, et finance
- Géométrie
- Théorie des Nombres

1 – Organisation et modules

Les 60 ETCS du Master 1 sont répartis équitablement sur les deux semestres comptant chacun douze semaines de cours et trois semaines de partiels (révisions incluses). Une session de rattrapage pour les deux semestres est prévue au mois de juin.

PREMIER SEMESTRE :

Le premier semestre commence par deux semaines de « remise à niveau » intégré sous la forme d'un module intitulé « bases d'analyse et de probabilités » (12 heures cours, 18h TD, 2 ECTS), puis se poursuit avec cinq modules de mathématiques à 5 ECTS (21 cours, 30h TP/TD) ou 6 ETCS (24h cours et 36h TD) :

- **Bases d'analyse et de probabilités** (2 ECTS) : remise à niveau.
- **Analyse fonctionnelle (**6 ECTS) : espaces de fonctions continues, espaces vectoriels normé (e.v.n), dualité dans les e.v.n., espaces de Hilbert, espaces *Lp*.
- **Probabilités et applications** (6 ECTS) : tribu, indépendance, somme de variables indépendantes, espérance conditionnelle, exemples de processus et simulations.
- **Analyse complexe et de Fourier** (6 ECTS) : fonctions analytiques et séries entières, fonctions holomorphes.
- **Optimisation** (5 ECTS) : Optimisation convexe, dualité. Exemples de la programmation linéaire et de la programmation conique. Pénalisation par la norme L^1 et parcimonie.
- **Outils numériques** (5 ECTS) : Introduction aux principales méthodes de simulation et d'apprentissage avec Python.

SECOND SEMESTRE :

Le second semestre comprend quatre modules de mathématiques à 6 ETCS (24h cours et 36h TD), et d'un stage d'initiation à la recherche (le TER) de 6 ECTS *en anglais*, donnant lieu à une soutenance et à la rédaction d'un mémoire :

- **Ondelettes et traitement du signal** (6 ECTS) : bases mathématiques en analyse harmonique, transformation de Fourier, introduction aux méthodes d'analyse par ondelettes.
- **Processus stochastiques** (6 ECTS) : introduction au calcul stochastique et aux processus stochastiques.
- **Modélisation et EDP** (6 ECTS) : résolution explicite de quelques EDP (équation de transport et de Laplace), étude des équations de la chaleur et des ondes. Espaces de Sobolev. Approche variationnelle.
- **Statistiques** (6 ECTS) : estimation paramétrique et non-paramétrique, tests paramétriques et non-paramétriques, statistique des valeurs extrêmes.
- **TER** (6 ECTS) : le Travail d'Etude et de Recherche s'effectue à deux, sous la direction d'un membre du département de mathématiques. La liste des sujets de TER sera diffusée au début du mois de janvier. Le TER devra être choisi mi-janvier, en accord avec l'enseignant concerné (les étudiants devront donc préalablement prendre contact avec lui). La soutenance aura lieu en mai à une date qui sera précisée ultérieurement.

2 – Descriptif détaillé des cours

1. Bases d'analyse et de probabilités (1er semestre) :

Première partie :

- Probabilités ; conditionnement.
- Indépendance.
- Variables aléatoires et lois ; lois usuelles.
- Lemmes de Borel-Cantelli.
- Transformées de Laplace et de Fourier.
- Convergence de suites de variables aléatoires, loi des grands nombres et théorème de la limite centrale.

Deuxième partie :

- Espaces topologiques, convergence de suites, continuité, espaces métriques.
- Espaces compacts, fonctions continues sur un compact, convergence uniforme, continuité.
- Espaces complets, prolongement d'applications uniformément continues, théorème de point fixe.

2. Analyse fonctionnelle (1er semestre) :

L'analyse fonctionnelle est une branche importante des mathématiques qui a pris son essor lors de la première moitié du vingtième siècle. Celle-ci repose essentiellement sur la topologie qui regroupe le langage et les techniques permettant de définir la notion de « proximité » pour des objets mathématiques abstraits et la façon dont ils se situent les uns par rapport aux autres. L'analyse fonctionnelle vise plus précisément à étudier la topologie des espaces de fonctions et joue un rôle fondamental dans la théorie des EDP et en analyse harmonique (et ses applications en traitement du signal, entre autres). Le plan du cours est le suivant :

- Espaces de fonctions continues, compacité et densité : les théorèmes d'Ascoli et de Bolzano-Weierstrass.
- Espaces vectoriels normés : normes, applications linéaires continues, les théorèmes de Banach-Steinhaus et de l'application ouverte.
- Dualité dans les e.v.n : le théorème de Hahn-Banach, espaces réflexifs, convergence faible et faible*.
- Espaces de Hilbert : produit scalaire, projection orthogonale, dualité dans les espaces de Hilbert, convergence faible, bases hilbertiennes.
- Espaces Lp : (si le temps le permet) rappels sur les espaces Lp, le théorème de Radon-Nikodym, dualité dans les espaces Lp, densité des fonctions continues.

3. Analyse complexe et de Fourier (1e semestre) :

Le but de ce cours est de donner les propriétés principales des fonctions holomorphes, c'est-à-dire des fonctions dérivables par rapport à la variable complexe. L'analyse complexe intervient dans beaucoup de domaines des mathématiques (analyse, probabilités, théorie des nombres, géométrie, systèmes dynamiques), et on en développera quelques applications en fin de semestre. On abordera les points suivants :

- Fonctions holomorphes : définition, propriétés élémentaires, conditions de Cauchy-Riemann et théorèmes d'inversion.
- Résultats classiques sur les séries entières (calcul du rayon de convergence notamment), et lien avec les fonctions holomorphes. Développements en série entière.
- Fonctions analytiques : définition, principe des zéros isolés, théorème de Liouville, etc.
- Formule de Cauchy, homotopie de chemins, lien entre l'holomorphie et l'analyticité, fonctions harmoniques et principe du maximum.
- Théorème des résidus et applications : calcul d'intégrales classiques, résultats sur la transformée de Fourier, calcul du nombre de zéros des fonctions analytiques, singularités des fonctions holomorphes au voisinage d'un point, produits infinis...

4. Probabilités et applications (1er semestre) :

L'objectif du cours est de donner des bases solides en probabilités. Nous commencerons par rappeler les concepts de base (variables aléatoires, lois, etc.…) et les résultats fondamentaux correspondants. Nous introduirons ensuite l'espérance conditionnelle (et les lois conditionnelles). Nous finirons le cours en présentant deux classes de processus remarquables : les processus de Galton-Watson, et les processus de Poisson. Nous donnons ci-dessous un plan indicatif du cours :

- Notions de probabilités : Espace de probabilités, probabilités conditionnelles, variables aléatoires, lois, indépendance, théorème de Borel-Cantelli, loi du 0-1, variables aléatoires réelles, vecteurs aléatoires, convergence de suites de variables aléatoires, loi des grands nombres, fonctions caractéristiques, vecteurs gaussiens, convergence en loi, théorème de la limite centrale.
- Espérance conditionnelle : Définitions et propriétés. Lois conditionnelles, conditionnement et indépendance, exemples.

- Processus de Galton-Watson : Modélisation, calcul de la probabilité d'extinction.
- Processus de Poisson : Définition, propriétés trajectorielles, propriétés remarquables, indépendance des accroissements, processus de Poisson composé.

5. Optimisation (1er semestre) :

Le thème de ce cours est l'optimisation continue, principalement convexe. On utilisera également Python et la librairie CVXPY pour illustrer certaines parties du cours. Le cours présentera d'une part les bases théoriques de l'optimisation continue : optimisation sous contraintes et multiplicateurs de Lagrange, optimisation convexe, dualité, conditions de Karush-Kuhn-Tucker. Par ailleurs on présentera certaines familles de problèmes d'optimisation et des exemples où elles interviennent : programmes linéaires, programmes quadratiques, programmes coniques par exemple, et selon le temps disponible. Enfin on abordera le rôle de la pénalisation L^1, qui joue un rôle important pour les représentations parcimonieuses (le « compressed sensing »), les statistiques en grandes dimensions (estimateur LASSO), l'apprentissage (« support vector machine »), ou le traitement d'images.

6. Outils numériques (1er semestre) :

Ce cours porte sur les principales techniques de simulations en probabilités (échantillonnage, Monte Carlo, MCMC) et sur l'introduction à l'apprentissage automatique (classification, régression et descente de gradient stochastique). Le plan du cours est le suivant :

- Simulation de variables aléatoires : inversion de la fonction de répartition, méthode de rejet, mélanges.
- Méthode de Monte-Carlo et réduction de variance : Théorème Centrale-Limite, choix d'une méthode, variable de contrôle, échantillonnage d'importance, conditionnement.
- Chaînes de Markov et méthode MCMC (Markov chain Monte Carlo).
- Introduction à l'apprentissage automatique : typologie des méthodes, principaux problèmes rencontrés, exemple de mise en œuvre pratique.
- Régression : régression linéaire et régularisées.
- Classification : classification binaire, multi-classes, multi-étiquettes, multi-sorties.
- Algorithmes stochastiques et descente de gradient : convergence, vitesse et applications.

Les deux séances de TP de 3h en Python sont **obligatoires**, évaluées et la note de TP compte pour 30% de la note finale. Les deux évaluations écrites comptent pour les 70% restants.

7. Equations aux dérivées partielles (2e semestre) :

Il s'agit d'un cours d'introduction aux équations aux dérivées partielles, où l'on présente quelques notions classiques:

- Equations de transport, de Burgers et méthode des caractéristiques. Equation des ondes en dimension 1.
- Le laplacien : solution fondamentale, fonctions harmoniques, principe du maximum.
- Equation de Bessel et équation de la chaleur. Résolution à l'aide de la transformation de Fourier.
- Espaces de Sobolev H1 et H-1. Inégalité de Poincaré, dérivées faibles.
- Le théorème de Lax-Milgram et problèmes variationnels.

8. Processus stochastiques (2e semestre) :

Ce cours porte sur une introduction au calcul stochastique et aux processus stochastiques. Une dernière partie traite des processus ponctuels. Le plan du cours est le suivant :

- Processus à temps discret et martingales discrètes.
- Processus à temps continu : martingales et mouvement brownien.
- Intégrale stochastique, calcul stochastique et équations différentielles stochastiques.
- Processus ponctuels : processus de Poisson et processus de Hawkes.

9. Ondelettes et traitement du signal (2e semestre) :

On fournit dans ce cours les bases mathématiques en analyse harmonique permettant d'aborder les méthodes modernes de traitement du signal et de l'image. On insiste sur les outils qui sont aussi utiles en EDP (en particulier les espaces fonctionnels). Le plan du cours comprendra les thèmes suivants :

- *Séries de Fourier :* Convergence ponctuelle, régularité höldérienne, exemple des fonctions de Weierstrass.

- *Transformée de Fourier :* Définition, formule de Poisson, lien avec la convolution, formule d'inversion de Fourier, isométrie sur L^2, principe d'incertitude, transformée de Fourier discrète et rapide
- *Distributions tempérées :* Classe de Schwartz, distributions tempérées, transformée de Fourier d'une distribution tempérée, espaces de Sobolev, théorème de Paley-Wiener, théorème d'échantillonnage de Shannon.
- *Construction des bases orthonormées d'ondelettes : A*nalyse multi-résolution, cas de la base de Haar et des fonctions splines, construction de la base d'ondelettes en 1D puis en dimension arbitraire. Ondelettes dans la classe de Schwartz et de Daubechies.
- *Caractérisation des espaces fonctionnels :* Les espaces C^s et comparaison avec le cas des séries de Fourier, les espaces H^s, différentes notions de bases dans un espace de Banach.

10. Statistiques (2e semestre)

Les objectifs du cours sont de comprendre et d'appliquer les méthodes de la statistique paramétrique ainsi que de savoir formuler et de tester des hypothèses statistiques. Les thèmes abordés comprendront les suivants :

- Estimation paramétrique : différentes méthodes d'estimation (moments, MV …), propriétés non-asymptotiques (sans biais, variance minimale, info de Fisher borne de Cramer-Rao , …), propriétés asymptotiques (consistance, TLC, delta-méthode, …), intervalles de confiance, méthodes Bayésiennes ;
- Estimation non-paramétrique : loi empirique (fonction de répartition empirique, quantiles empiriques), estimateur à noyau de la densité ;
- Tests paramétriques : test du rapport de vraisemblance ;
- Test non-paramétriques : tests basés sur la fonction de répartition empirique (Kolmogorov-Smirnov) ;
- Statistique des valeurs extrêmes : théorie des valeurs extrêmes, méthodes d'estimation (POT, Block-Max, EMV-PWM).

11. Travail d'Etude et de Recherche (2e semestre) :

Il s'agit d'une initiation au travail de recherche effectuée *en binôme*, sous la direction d'un enseignant qui propose le sujet. Ce travail pourra être seulement théorique (lecture d'un article de recherche ou d'un cours spécialisé de niveau plus avancé par exemple) ou comporter une partie de simulation numérique. Il devra être impérativement effectué entre février et mai. Le support du TER sera généralement en anglais.

Le TER donne lieu à la rédaction d'un rapport d'une vingtaine de pages (en anglais de préférence), et à une soutenance orale de 20-25 minutes suivie de quelques questions, devant un jury constitué d'enseignants-chercheurs du département.

Les sujets seront diffusés en décembre. La répartition des sujets aura lieu début janvier. Chaque étudiant devra alors prendre contact avec l'enseignant qui le propose. Les étudiants devront rencontrer régulièrement l'encadrant (au moins deux fois par mois) pour faire le point sur l'état d'avancement de leur travail, demander des précisions et décider des éventuels développements.

3 – Contrôle des connaissances

– Première session :

- Tous les modules de mathématiques à 6 ECTS ainsi que celui d'Optimisation (5 ECTS) se valident en contrôle continu, lors de trois semaines de « partiels » espacées d'un mois et demi environ et annoncées dans l'emploi du temps. La dernière semaine de partiels a lieu à la fin des cours de chaque semestre. La présence à tous les partiels est obligatoire. Les épreuves de partiel durent 1h30 à 2h par module. Pour établir la note finale, l'enseignant responsable du module peut prendre en compte également la participation et la présence en cours et TD, des interrogations supplémentaires et des devoirs à la maison.
- Le module intitulé « Bases d'analyse et de probabilités » à 2 ECTS est évalué lors de la dernière session de contrôle continu.
- La note du module « outils numériques » (5 ECTS) est calculée sur la base de deux contrôles continus et de la note de TP, selon la formule (2*CC + TP) /3. Il va sans dire que la présence à tous les TP et CC est donc obligatoire.
- La note de TER (6 ECTS) est la moyenne de la note de soutenance et de la note de mémoire. Cette

dernière comprend la participation et l'implication aux séances telles qu'évaluées par l'encadrant.

Un semestre est validé sur décision de jury. La validation est automatique et définitive si la moyenne du semestre est au moins égale à 10/20 **(avec impossibilité de repasser les modules validés par compensation).** Le M1 est validé sur décision du jury, ou si la moyenne sur l'ensemble de tous les modules de l'année est au moins égale à 10/20.

– Deuxième session :

Dans le cas où, après réunion du jury de première session, l'étudiant n'obtient pas son M1, il peut, de droit, repasser les modules qu'il n'a pas validés, ***sauf le TER*** (l'étudiant conserve la note de première session) lors d'une session d'examens organisée, pour les deux semestres, en juin. Si un des semestres est validé, il n'y a pas possibilité de repasser un examen de seconde session pour les matières non validées du semestre en question.

Pour « Outils numériques », la note de TP est conservée (pas de rattrapage) avec le coefficient 1, et l'écrit de rattrapage compte coefficient 2.

La note de tous les autres modules est celle de l'examen de rattrapage.

- Résultat final :

Pour chaque module, **l'étudiant conserve la meilleure note entre les deux sessions.** La première année de master est validée par décision du jury. La validation est acquise si, à l'issue des deux sessions, l'étudiant obtient la moyenne générale sur l'ensemble de l'année. Dans le cas contraire, chacun des deux semestres peut être validé séparément. **Enfin, chaque module validé est acquis définitivement et sans possibilité de nouvelle validation avec une note différente. De même pour les semestres validés.**

4 – Poursuite d'études

A l'issue de la première année de master, les étudiants pourront s'orienter selon leurs aspirations et leurs résultats vers :

- Le M2 Mathématiques et Applications qui est commun à l'UPEC et à l'Université Gustave Eiffel (UGE). Les cours ont lieu sur le campus de l'UGE;
- Le Master MEEF de l'UPEC préparant aux concours d'enseignement de la fonction publique, notamment au CAPES de mathématiques ;
- Des Masters (recherche ou professionnels) dans d'autres universités en France ou à l'étranger ;
- Des écoles d'ingénieurs (admission sur titres).

5 – Pour les redoublants

- Les modules validés se conservent sans possibilité de les valider à nouveau.
- Tous les modules non validés l'année précédente doivent être suivis intégralement, et tous les contrôles continus doivent être passés.
- Pour les redoublants venant d'un master d'une autre université française, certains modules validés peuvent éventuellement être conservés après avis du jury de master (faire la demande auprès du secrétariat avant le 30 septembre).
- Les demandes de redoublement sont examinées au cas par cas par le jury de 2ème session.

Aucun étudiant, même s'il provient du M1 « Mathématiques et Applications » de l'Université Paris-Est Créteil ne peut prétendre redoubler de droit.

Une demande écrite doit être effectuée et adressée au responsable du M1 avant la semaine prévue pour le jury de seconde session (voir calendrier universitaire).